

Câu 1 (1,5 điểm).

a) Tính giá trị các biểu thức sau: $A = 5 - \sqrt{4}$; $B = \frac{\sqrt{36}}{3}$.

b) Rút gọn biểu thức $C = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{2}{x-4}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$.

Câu 2 (3,0 điểm).

a) Giải phương trình $x - 5 = 0$.

b) Giải phương trình $x^2 + 7x + 6 = 0$.

c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$.

d) Bạn Nam đi học từ nhà đến trường bằng xe đạp. Lúc về, Nam đi với vận tốc nhanh hơn lúc đi 3 km/h. Vì vậy, thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi 15 phút. Tính vận tốc lúc đi của bạn Nam, biết rằng quãng đường từ nhà Nam đến trường là 15 km.

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Vẽ parabol $(P): y = 2x^2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

b) Tìm a, b để đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $A(1; -5)$ và song song với đường thẳng $d_1: y = -x + 3$.

c) Tìm các giá trị của m để đường thẳng $d_2: y = -2x + m$ cắt parabol $(P): y = 2x^2$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1$.

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R và đường cao AH ($H \in BC$). Kẻ HI, HK lần lượt vuông góc với AB, AC ($I \in AB, K \in AC$). Chứng minh:

a) Tứ giác $AIHK$ nội tiếp.

b) $AK.AC = AI.AB$.

c) OA vuông góc với IK .

d) $AB.AC = 2R.AH$.

Câu 5 (0,5 điểm). Chứng minh $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab$ với $a, b \geq 1$.

----- HẾT -----

Thí sinh không sử dụng tài liệu; Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Chữ ký CBCT 1:; Chữ ký CBCT 2:

MÔN THI: TOÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC
(Bản hướng dẫn chấm gồm 04 trang)

I. Hướng dẫn chung

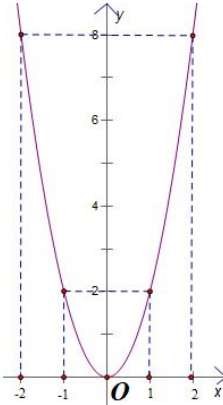
1. Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn đã quy định.

2. Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch so với hướng dẫn chấm và được thống nhất thực hiện trong Hội đồng chấm thi.

3. Điểm toàn bài là tổng điểm thành phần của từng câu hỏi trong đề thi, điểm lẻ đến 0,25.

II. Đáp án và thang điểm

Câu	Nội dung	Điểm
1 (1,5đ)	a) Tính giá trị các biểu thức sau: $A = 5 - \sqrt{4}$; $B = \frac{\sqrt{36}}{3}$.	
	$A = 5 - 2 = 3$.	0,5
	$B = \frac{6}{3} = 2$.	0,5
	b) Rút gọn biểu thức $C = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{2}{x-4}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$.	
	$= \left[\frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right] : \frac{2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
$= \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{2} = \sqrt{x}$.	0,25	
2 (3,0đ)	a) Giải phương trình $x - 5 = 0$.	
	PT $\Leftrightarrow x = 5$. Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là $x = 5$.	0,5
	b) Giải phương trình $x^2 + 7x + 6 = 0$.	
	Ta có $\Delta = 25 > 0$ Vậy phương trình có hai nghiệm: $x_1 = -1$; $x_2 = -6$.	1,0
	(Đối với Câu 2 ý a, b chỉ cần HS viết đúng nghiệm cho điểm tối đa mỗi ý)	
c) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$.		

	HPT $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 12 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$. Vậy HPT có nghiệm duy nhất là $(3; -2)$.	0,5												
	d) Bạn Nam đi học từ nhà đến trường bằng xe đạp. Lúc về, Nam đi với vận tốc nhanh hơn lúc đi 3 km/h. Vì vậy, thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi 15 phút. Tính vận tốc lúc đi của bạn Nam, biết rằng quãng đường từ nhà Nam đến trường là 15 km.													
	Gọi vận tốc lúc đi của bạn Nam là x km/h, $x > 0$, vận tốc lúc về là $x + 3$ km/h. Thời gian lúc đi của bạn Nam là $\frac{15}{x}$ h, thời gian lúc về là $\frac{15}{x+3}$ h.	0,25												
	Vì thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi là 15 phút $= \frac{1}{4}$ h nên ta có phương trình $\frac{15}{x} - \frac{15}{x+3} = \frac{1}{4}$	0,25												
	$\Rightarrow x^2 + 3x - 180 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -15 \text{ (KTM)} \end{cases}$ Vậy vận tốc lúc đi của Nam là 12 km/h.	0,25												
3 (2,5đ)	a) Vẽ parabol $(P): y = 2x^2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .													
	Bảng giá trị	0,5												
	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$y = 2x^2$</td> <td>8</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>8</td> </tr> </table>		x	-2	-1	0	1	2	$y = 2x^2$	8	2	0	2	8
	x	-2	-1	0	1	2								
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8									
Đồ thị hàm số 		0,5												
b) Tìm a, b để đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $A(1; -5)$ và song song với đường thẳng $d_1: y = -x + 3$.														
Ta có $d // d_1 \Rightarrow a = -1$		0,25												

	$\Rightarrow d: y = -x + b$ mà $A(1; -5) \in d \Rightarrow -5 = -1 + b \Leftrightarrow b = -4$. Vậy $a = -1; b = -4$.	0,25
	c) Tìm các giá trị của m để đường thẳng $d_2: y = -2x + m$ cắt parabol $(P): y = 2x^2$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1$.	
	Xét phương trình hoành độ giao điểm $2x^2 = -2x + m \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - m = 0$ Ta có $\Delta' = 1 + 2m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$.	0,25
	Với $m > -\frac{1}{2}$ phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1x_2 = -\frac{m}{2} \end{cases}$ (Theo hệ thức Vi-ét)	0,25
	Ta có $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 1 \Rightarrow -1 - 2\left(-\frac{m}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow -1 + m = 1 \Leftrightarrow m = 2$ Vậy $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu.	
	Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R và đường cao AH ($H \in BC$). Kẻ HI, HK lần lượt vuông góc với AB, AC ($I \in AB, K \in AC$). Chứng minh: a) Tứ giác $AIHK$ nội tiếp.	
4 (3,0đ)	<p style="text-align: center;">(Vẽ hình hết ý a cho 0,25 điểm)</p>	0,5
	Xét tứ giác $AIHK$ có $\widehat{AIH} + \widehat{AKH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Vậy tứ giác $AIHK$ nội tiếp.	0,5

b) $AK.AC = AI.AB$.		
	Xét tam giác vuông ABH có HI là đường cao suy ra $AI.AB = AH^2$ (1)	0,25
	Xét tam giác vuông ACH có HK là đường cao suy ra $AK.AC = AH^2$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có $AK.AC = AI.AB$.	0,25
c) OA vuông góc với IK .		
	Kẻ tiếp tuyến Ax của đường tròn tâm O . Xét đường tròn tâm O , ta có $\widehat{xAB} = \widehat{BCA} = \frac{1}{2}sđ\widehat{AB}$ (3)	0,25
	Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác AHK , ta có $\widehat{AIK} = \widehat{AHK} = \frac{1}{2}sđ\widehat{AK}$ (4) Mà $\widehat{ACB} = \widehat{AHK}$ (5) vì cùng phụ \widehat{KHC} .	0,25
	Từ (3), (4), (5) suy ra $\widehat{xAB} = \widehat{AIK}$ (so le trong). Suy ra $Ax // IK$ mà $OA \perp Ax$. Vậy OA vuông góc với IK .	0,25
d) $AB.AC = 2R.AH$.		
	Kẻ đường kính AD của $(O; R)$ ta có $\widehat{ABH} = \widehat{ADC} = \frac{1}{2}sđ\widehat{AC}$; $\widehat{ACD} = \frac{1}{2}sđ\widehat{AD} = 90^\circ$ $\Rightarrow \Delta AHB \sim \Delta ACD$ vì $\begin{cases} \widehat{ABH} = \widehat{ADC} \\ \widehat{AHB} = \widehat{ACD} = 90^\circ \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{AC}{AD} \Leftrightarrow AH.AD = AB.AC$ hay $AB.AC = 2R.AH$.	0,25
5 (0,5đ)	Chứng minh $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab$ với $a, b \geq 1$.	
	Với điều kiện $a, b \geq 1$. Theo BĐT Cauchy ta có: $\sqrt{1.(b-1)} \leq \frac{1+b-1}{2} = \frac{b}{2} \Rightarrow a\sqrt{b-1} \leq \frac{ab}{2}$ $\sqrt{1.(a-1)} \leq \frac{1+a-1}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow b\sqrt{a-1} \leq \frac{ab}{2}$	0,25
	Cộng vế với vế của 2 bất đẳng thức ta có $a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1} \leq ab$ dấu “=” xảy ra khi $a = b = 2$.	0,25

----- HẾT -----