SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **BẮC KẠN**	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT** **NĂM HỌC 2023 - 2024**
ĐỀ CHÍNH THỨC (Đề gồm có 01 trang)	**MÔN: TOÁN** **(Dành cho thí sinh thi chuyên toán)** *Thời gian làm bài:150 phút, không kể thời gian giao đề.*

Câu 1 ***(1,0 điểm).*** Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}\right)\cdot\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các số nguyên x để A nhận giá trị nguyên.

Câu 2 ***(2,0 điểm).***

a) Giải phương trình $\sqrt{x^2+12}+5=3x+\sqrt{x^2+5}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x=\dfrac{x^2+1}{y^2} \\ 2y=\dfrac{y^2+1}{x^2}. \end{cases}$

Câu 3 ***(2,0 điểm).***

Cho phương trình $x^2+6x-m^2+6m=0$ (1) (m là tham số).

a) Tìm các giá trị m nguyên để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn điều kiện $x_1x_2>5$.

b) Tìm các giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2-8x_1=x_2$.

Câu 4 ***(1,0 điểm).***

Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;\, y)$ thỏa mãn $x^2-xy+3x-2y^2-3y-3=0$.

Câu 5 ***(3,0 điểm).***

Cho tam giác *ABC* vuông ở A $(AB<AC)$. Đường tròn tâm *I* nội tiếp tam giác *ABC*, tiếp xúc với các cạnh *BC, CA, AB* lần lượt tại *D, E, F*. Gọi *S* là giao điểm của *AI* và *DE*.

a) Chứng minh *IECD* là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi *K, O* lần lượt là trung điểm của *AB* và *BC*. Chứng minh *K, O, S* thẳng hàng.

c) Gọi *M* là giao điểm của *KI* và *AC*. Đường thẳng chứa đường cao *AH* của tam giác *ABC* cắt đường thẳng *DE* tại *N*. Chứng minh $\widehat{HNM}=\widehat{EMN}$.

Câu 6 ***(1,0 điểm).***

Cho $x,\, y>0$ thỏa mãn $x+y<1$. Chứng minh $\dfrac{x^2}{1-x}+\dfrac{y^2}{1-y}+\dfrac{1}{x+y}+x+y\geq\dfrac{5}{2}$.

------------------------------- Hết -------------------------------

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh: …………………………………., Số báo danh:……………………......

Chữ ký của cán bộ coi thi số 1: …………, Chữ ký của cán bộ coi thi số 2: ……………......

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC KẠN ĐÁP ÁN ĐỀ CHÍNH THỨC	KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2023 - 2024 MÔN THI:TOÁN - Chuyên

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI TOÁN

(Hướng dẫn chấm gồm có 05 trang)

I. Hướng dẫn chung

1. Giám khảo cần nắm vững yêu cầu chấm để đánh giá tổng quát bài làm của thí sinh, tránh cách chấm đếm ý cho điểm một cách máy móc, linh hoạt trong việc vận dụng Đáp án và thang điểm.

2. Cần khuyến khích những bài làm có tính sáng tạo, nội dung bài viết có thể không trùng với yêu cầu trong đáp án nhưng lập luận thuyết phục, ...

3. Việc chi tiết hóa điểm số của các ý (nếu có) phải đảm bảo không sai lệch với tổng điểm của mỗi phần và được thống nhất trong Hội đồng chấm thi.

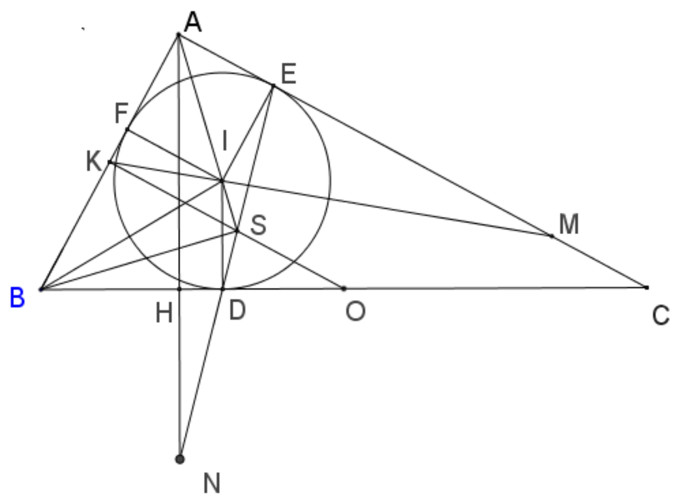
4. Bài thi được chấm theo thang điểm 10; lấy đến 0,25; không làm tròn điểm.

II. Đáp án và thang điểm

Câu	Nội dung	Điểm
1 (1,0đ)	Cho biểu thức $A=\left(\frac{1}{\sqrt{x}+2}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}\right)\cdot\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 4$. a) Rút gọn A.	
	Với $x>0, x\neq 4$ ta có: $A=\frac{\sqrt{x}-2+\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}\cdot\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$	0,25
	$=\frac{2}{\sqrt{x}-2}$.	0,25
	b) Tìm các số nguyên x để A nhận giá trị nguyên.	
	Để $A\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\frac{2}{\sqrt{x}-2}\in\mathbb{Z}$ Tức là $\sqrt{x}-2$ là ước của 2 $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}-2=-2\\ \sqrt{x}-2=-1\\ \sqrt{x}-2=1\\ \sqrt{x}-2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ (L)\\ x=1\\ x=9\\ x=16\end{array}\right.$	0,25
	Vậy $x\in\{1;9;16\}$ thì $A\in\mathbb{Z}$	0,25

	a) Giải phương trình $\sqrt{x^2+12}+5=3x+\sqrt{x^2+5}$	
	PT $\Leftrightarrow \sqrt{x^2+12}-\sqrt{x^2+5}=3x-5$ Ta có: $\sqrt{x^2+12}-\sqrt{x^2+5}>0 \Rightarrow 3x-5>0 \Leftrightarrow x>\frac{5}{3}$	0,25
	$PT \Leftrightarrow \sqrt{x^2+12}-4+3-\sqrt{x^2+5}=3x-6$ $\Leftrightarrow \frac{x^2-4}{\sqrt{x^2+12}+4}+\frac{4-x^2}{3+\sqrt{x^2+5}}-3(x-2)=0$ $\Leftrightarrow (x-2)\left(\frac{x+2}{\sqrt{x^2+12}+4}-\frac{x+2}{3+\sqrt{x^2+5}}-3\right)=0$	0,25
	$Ta\,có: 4+\sqrt{x^2+12}>3+\sqrt{x^2+5} \Leftrightarrow \frac{1}{4+\sqrt{x^2+12}}<\frac{1}{3+\sqrt{x^2+5}}$ $\Leftrightarrow \frac{x+2}{4+\sqrt{x^2+12}}<\frac{x+2}{3+\sqrt{x^2+5}} \quad \left(vì\ x>\frac{5}{3}\right)$ $\Leftrightarrow \frac{x+2}{4+\sqrt{x^2+12}}-\frac{x+2}{3+\sqrt{x^2+5}}<0$ $\Leftrightarrow \frac{x+2}{4+\sqrt{x^2+12}}-\frac{x+2}{3+\sqrt{x^2+5}}-3<0$	0,25
	Vậy phương trình có duy nhất một nghiệm $x=2$	0,25
2 (2,0đ)	b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x=\frac{x^2+1}{y^2} \\ 2y=\frac{y^2+1}{x^2} \end{cases}$	
	Điều kiện: $x, y \neq 0$. Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} 2xy^2=x^2+1 \\ 2x^2y=y^2+1 \end{cases}$	0,25
	Trừ vế với vế ta có: $(x-y)(2xy+x+y)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ 2xy+x+y=0 \end{array}\right.$	0,25
	TH1: $2xy+x+y=0$ vô nghiệm vì $\begin{cases} 2x=\frac{x^2+1}{y^2}>0 \\ 2y=\frac{y^2+1}{x^2}>0 \end{cases} \Rightarrow x>0,\ y>0 \Rightarrow 2xy+x+y>0$	0,25
	TH2: $x=y$, thế vào một phương trình trong hệ, ta có: $2x^3-x^2-1=0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2+x+1)=0 \Leftrightarrow x=1$ Vậy hệ có duy nhất một nghiệm là: $(1;1)$	0,25

3 **(2,0đ)**	Cho phương trình $x^2+6x-m^2+6m=0$ (1) (m là tham số) a) Tìm các giá trị m nguyên để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn điều kiện $x_1x_2>5$	
	$\Delta'=(m-3)^2$ Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Delta'>0 \Leftrightarrow m\neq 3$	0,25
	$x_1x_2>5 \Leftrightarrow -m^2+6m>5$	0,25
	$\Leftrightarrow (m-1)(m-5)<0$	0,25
	$m\in\{2;4\}$ là các giá trị cần tìm.	0,25
	b) Tìm các giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2-8x_1=x_2$.	
	Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi $m\neq 3$ Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=-6 \text{ (2)} \\ x_1x_2=6m-m^2 \text{ (3)} \end{cases}$	0,25
	Ta lại có: $x_1^2-8x_1=x_2$ (4) Cộng theo vế của (2) và (4) ta được: $x_1^2-7x_1=-6 \Leftrightarrow x_1^2-7x_1+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_1=6 \end{array}\right.$	0,25
	Với $\begin{cases} x_1=1 \\ x_2=-7 \end{cases} \Rightarrow m^2-6m-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=7 \end{array}\right.$	0,25
	Với $\begin{cases} x_1=6 \\ x_2=-12 \end{cases} \Rightarrow m^2-6m-72=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=12 \\ m=-6 \end{array}\right.$ Vậy $m\in\{-6;-1;7;12\}$ là các giá trị cần tìm.	0,25
4 **(1,0đ)**	Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;\, y)$ thỏa mãn $x^2-xy+3x-2y^2-3y-3=0$.	
	$PT \Leftrightarrow x^2-(y-3)x-2y^2-3y+2=5$	0,25
	Xét phương trình bậc hai: $x^2-(y-3)x-2y^2-3y+2=0$ $\Delta=(3y+1)^2 \Rightarrow x=2y-1,\ x=-y-2$ $x^2-(y-3)x-2y^2-3y+2=(x-2y+1)(x+y+2)$	0,25
	Vậy pt đã cho $\Leftrightarrow (x-2y+1)(x+y+2)=5$	0,25
	TH1: $\begin{cases} x-2y+1=1 \\ x+y+2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ TH2: $\begin{cases} x-2y+1=5 \\ x+y+2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2}{3} \\ y=-\dfrac{5}{3} \end{cases}$ (loại)	0,25

<table>
<tr><td></td><td>TH3: $\begin{cases} x-2y+1=-5 \\ x+y+2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases}$ TH4: $\begin{cases} x-2y+1=-1 \\ x+y+2=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{16}{3} \\ y=-\dfrac{5}{3} \end{cases}$ (loại)
Vậy có 2 cặp số nguyên $(x;\ y)$ cần tìm là: $(2;1),(-4;1)$.</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="6">5
(3,0đ)</td><td colspan="2">Cho tam giác ABC vuông ở $A\,(AB<AC)$. Đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC, tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F. Gọi S là giao điểm của AI và DE. Chứng minh rằng:
a) IECD là tứ giác nội tiếp.</td></tr>
<tr><td></td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>Ta có $\widehat{IEC}=\widehat{IDC}=90^o \Rightarrow \widehat{IEC}+\widehat{IDC}=180^o \Rightarrow$ tứ giác IECD nội tiếp.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td colspan="2">b) Gọi K, O lần lượt là trung điểm của AB và BC. Chứng minh K, O, S thẳng hàng.</td></tr>
<tr><td>Ta có: $\widehat{AES}=180^o-\widehat{DEC}=180^o-\dfrac{180^o-\widehat{ECD}}{2}=90^o+\dfrac{\widehat{ECD}}{2}$
Mặt khác: $\widehat{AIB}=180^o-\widehat{IAB}-\widehat{IBA}=180^o-\dfrac{\widehat{CAB}+\widehat{ABC}}{2}=90^o+\dfrac{\widehat{ECD}}{2}$
Suy ra $\widehat{AES}=\widehat{AIB}$.
Xét tam giác IAB và tam giác EAS có $\widehat{IAB}=\widehat{SAE}=45^o$ và $\widehat{AES}=\widehat{AIB}$.
$\Rightarrow \Delta IAB \backsim \Delta EAS \Rightarrow \dfrac{IA}{AB}=\dfrac{EA}{AS}$
Mà $\widehat{IAB}=\widehat{SAE} \Rightarrow \Delta IAE \backsim \Delta BAS$. Vì tam giác IAE vuông cân tại E nên tam giác ABS vuông cân tại S, suy ra S nằm trên đường trung trực của AB suy ra K, O, S thẳng hàng.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td colspan="2">c) Gọi M là giao điểm của KI và AC. Đường thẳng chứa đường cao AH của tam giác</td></tr>
</table>

	ABC cắt đường thẳng DE tại N. Chứng minh $\widehat{HNM}=\widehat{EMN}$.	
	Vì $ID//AN \Rightarrow \dfrac{ID}{AN}=\dfrac{SI}{SA}$ $KS//AM \Rightarrow \dfrac{IK}{KM}=\dfrac{SI}{SA}$ $IF//AM \Rightarrow \dfrac{IK}{KM}=\dfrac{FI}{AM} \Rightarrow \dfrac{ID}{AN}=\dfrac{FI}{AM}$ mà $ID=FI \Rightarrow AM=AN$ Suy ra tam giác AMN cân Vậy: $\widehat{HNM}=\widehat{EMN}$. Điều phải chứng minh.	1,0
6 (1,0đ)	Cho $x,\ y>0$ thỏa mãn $x+y<1$. Chứng minh $\dfrac{x^2}{1-x}+\dfrac{y^2}{1-y}+\dfrac{1}{x+y}+x+y\ge\dfrac{5}{2}$	
	Ta có: $\dfrac{x^2}{1-x}=\dfrac{1}{1-x}-x-1,\ \dfrac{y^2}{1-y}=\dfrac{1}{1-y}-y-1$ BĐT trở thành: $\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1-y}+\dfrac{1}{x+y}-2\ge\dfrac{5}{2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1-y}+\dfrac{1}{x+y}\ge\dfrac{9}{2}$	0,25
	Chứng minh BĐT: $(a+b+c)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)\ge 9$ với $a,\ b,\ c>0$ Áp dụng BĐT AM-GM ta có: $a+b+c\ge 3\sqrt[3]{abc},\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\ge 3\sqrt[3]{\dfrac{1}{abc}}$ $\Rightarrow (a+b+c)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)\ge 9$. Dấu bằng xảy ra khi $a=b=c$	0,25
	Áp dụng BĐT vừa CM ta có: $(1-x+1-y+x+y)\left(\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1-y}+\dfrac{1}{x+y}\right)\ge 9$ $\Leftrightarrow \dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1-y}+\dfrac{1}{x+y}\ge\dfrac{9}{2}$	0,25
	Dấu bằng xảy ra khi $1-x=1-y=x+y \Leftrightarrow x=y=\dfrac{1}{3}$	0,25

---------------------- **HẾT** -----------------------