

**Phần I: Trắc nghiệm (2,0 điểm)**

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

**Câu 1:** Điều kiện xác định của biểu thức  $\frac{5}{\sqrt{x-2023}+1}$  là

- A.  $x \geq 2023$ .      B.  $x > 2023$ .      C.  $x < 2023$ .      D.  $x \leq 2023$ .

**Câu 2:** Hàm số nào sau đây đồng biến với mọi  $x \in \mathbb{R}$ ?

- A.  $y = (1 - \sqrt{5})x^2$ .      B.  $y = x + 3$ .      C.  $y = (2 - \sqrt{7})x + 2$ .      D.  $y = x^2$ .

**Câu 3:** Phương trình  $2x^2 - x - 1 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  trong đó  $x_1 < x_2$ . Giá trị  $2x_1 + x_2$  bằng

- A. 0.      B. -1,5.      C. -2.      D. 2.

**Câu 4:** Với giá trị nào của  $m$  thì đường thẳng  $y = (m-1)x + 2$  đi qua điểm  $A(-1; 1)$ ?

- A.  $m = 0$ .      B.  $m = -1$ .      C.  $m = -2$ .      D.  $m = 2$ .

**Câu 5:** Số nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$  là

- A. 2.      B. 0.      C. 1.      D. vô số.

**Câu 6:** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ , biết  $AC = 6, BC = 10$ . Khi đó  $\tan B$  có giá trị bằng

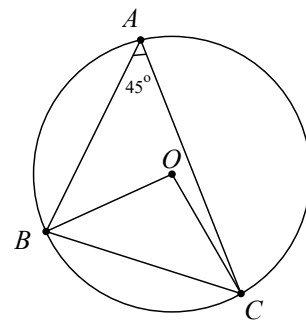
- A.  $\frac{3}{4}$ .      B.  $\frac{3}{5}$ .      C.  $\frac{4}{3}$ .      D.  $\frac{5}{3}$ .

**Câu 7:** Một hình nón có bán kính đáy bằng  $4\text{ cm}$ , chiều cao bằng  $6\text{ cm}$ . Thể tích của hình nón đã cho là

- A.  $96\pi\text{ cm}^3$ .      B.  $32\pi\text{ cm}^3$ .      C.  $30\pi\text{ cm}^3$ .      D.  $36\pi\text{ cm}^3$ .

**Câu 8:** Cho  $\Delta ABC$  có  $\widehat{BAC} = 45^\circ$ , nội tiếp trong đường tròn tâm  $O$  bán kính  $2\text{ cm}$ . Diện tích tam giác  $OBC$  bằng

- A.  $1\text{ cm}^2$ .      B.  $4\text{ cm}^2$ .  
C.  $2\text{ cm}^2$ .      D.  $2\sqrt{2}\text{ cm}^2$ .



**Phần II: Tự luận (8,0 điểm)**

**Câu 1 (1,5 điểm).**

a) Chứng minh đẳng thức  $\sqrt{27} - 2\sqrt{12} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = -1$ .

b) Rút gọn biểu thức  $A = \left( \frac{9 - \sqrt{x}}{x - 9} + \frac{2}{\sqrt{x} + 3} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 9$ .

**Câu 2 (1,5 điểm).**

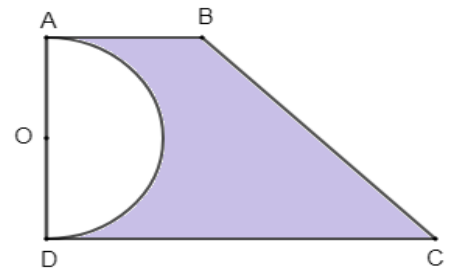
a) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hai hàm số  $y = x^2$  và  $y = -2x + 3$ .

b) Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + 6m - 4 = 0$  (với  $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 - x_2^2 = 3x_1x_2(x_2 - x_1)$ .

**Câu 3** (1,0 điểm). Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y} = 1. \end{cases}$$

**Câu 4** (3,0 điểm).

1) Một mảnh vườn hình thang  $ABCD$  có  $\widehat{BAD} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ ,  $AB = 3\text{ m}$ ,  $AD = 5\text{ m}$ ,  $DC = 7\text{ m}$ . Người ta trồng hoa trên phần đất là nửa hình tròn tâm  $O$  đường kính  $AD$ , phần còn lại của mảnh vườn để trồng cỏ (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Tính diện tích phần đất trồng cỏ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, lấy  $\pi \approx 3,14$ ).



2) Cho tam giác  $ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp ( $O$ ). Hai đường cao  $AD$  và  $BE$  cắt nhau tại  $H$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AH$ , đường thẳng đi qua  $M$  vuông góc với  $BM$  cắt  $AC$  tại  $N$ . Gọi  $K$  là giao điểm thứ hai của  $AH$  với đường tròn tâm  $O$ .

a) Chứng minh bốn điểm  $B, M, E, N$  cùng thuộc một đường tròn và  $\widehat{MBN} = \widehat{KAC}$ .

b) Kéo dài  $KN$  cắt đường tròn ( $O$ ) tại  $T$ . Chứng minh tam giác  $BHK$  cân và ba điểm  $B, O, T$  thẳng hàng.

**Câu 5.** (1,0 điểm).

a) Giải phương trình  $x^2 + 4x = 2\sqrt{1+3x} + \sqrt{2x-1}$ .

b) Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn  $x + y + z = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x + yz}{y + z} + \frac{y + zx}{z + x} + \frac{z + xy}{x + y}.$$

----- HẾT -----

Họ và tên học sinh:..... Họ tên, chữ ký của GT 1:.....

Số báo danh:..... Họ tên, chữ ký của GT 2:.....

**Phần I: Trắc nghiệm (2,0 điểm)**

Mỗi đáp án đúng được 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	A	B	A	D	C	A	B	C

**Phần II: Tự luận (8,0 điểm)**

**Câu 1. (1,5 điểm)**

a) Chứng minh đẳng thức  $\sqrt{27} - 2\sqrt{12} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = -1$ .

b) Rút gọn biểu thức  $A = \left( \frac{9 - \sqrt{x}}{x - 9} + \frac{2}{\sqrt{x} + 3} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 9$ .

Ý	Nội dung	Điểm
<b>a</b> (0,5 điểm)	$\sqrt{27} - 2\sqrt{12} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}$	0,25
	$= -\sqrt{3} +  \sqrt{3} - 1  = -\sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 = -1$ .	0,25
	Vậy $\sqrt{27} - 2\sqrt{12} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = -1$ .	
<b>b</b> (1,0 điểm)	Với $x \geq 0$ và $x \neq 9$ ta có $A = \left( \frac{9 - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} + \frac{2}{\sqrt{x} + 3} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$	0,25
	$= \frac{9 - \sqrt{x} + 2(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} = \frac{\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
	$= \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$ . Vậy $A = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 9$ .	0,25

**Câu 2. (1,5 điểm)**

a) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hai hàm số  $y = x^2$  và  $y = -2x + 3$ .

b) Cho phương trình  $x^2 - 2(m + 1)x + 6m - 4 = 0$  (với  $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 - x_2^2 = 3x_1x_2(x_2 - x_1)$ .

Ý	Nội dung	Điểm
<b>a</b> (0,5 điểm)	Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^2$ và $y = -2x + 3$ là nghiệm của phương trình $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$	0,25
	Vậy tọa độ các điểm cần tìm là (1;1) và (-3;9).	0,25
<b>b</b> (1,0 điểm)	Ta có $\Delta' = (m - 2)^2 + 1 > 0 \forall m$ . Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$ với $\forall m$ .	0,25

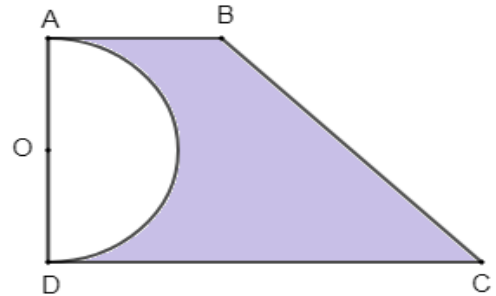
	Theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = 6m - 4. \end{cases}$	0,25
	Ta có $x_1^2 - x_2^2 = 3x_1 x_2 (x_2 - x_1) \Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 3x_1 x_2) = 0$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 + 3x_1 x_2 = 0$ (do $x_1, x_2$ phân biệt)	0,25
	$\Leftrightarrow 2(m+1) + 3(6m-4) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ . Vậy $m = \frac{1}{2}$ .	0,25

**Câu 3. (1,0 điểm)** Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + 3y = 4 & (1) \\ \frac{1}{x-4} + \frac{1}{y} = 1 & (2) \end{cases}$$

Nội dung	Điểm
ĐKXD: $x \neq 4; y \neq 0$	0,25
PT(1) $\Leftrightarrow x - 4 = -3y$	0,25
Thay $x - 4 = -3y$ vào PT(2) ta có $\frac{1}{-3y} + \frac{1}{y} = 1 \Leftrightarrow y = \frac{2}{3} \Rightarrow x = 2$ .	0,25
Đối chiếu với ĐKXD ta có $(x; y) = \left(2; \frac{2}{3}\right)$ là nghiệm của hệ.	0,25

**Câu 4. (3,0 điểm)**

1) Một mảnh vườn hình thang  $ABCD$  có  $\widehat{BAD} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ ,  $AB = 3m$ ,  $AD = 5m$ ,  $DC = 7m$ . Người ta trồng hoa trên phần đất là nửa hình tròn tâm  $O$  đường kính  $AD$ , phần còn lại của mảnh vườn để trồng cỏ (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Tính diện tích phần đất trồng cỏ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, lấy  $\pi \approx 3,14$ ).



2) Cho tam giác  $ABC$  nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp  $(O)$ . Hai đường cao  $AD$  và  $BE$  cắt nhau tại  $H$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AH$ , đường thẳng đi qua  $M$  vuông góc với  $BM$  cắt  $AC$  tại  $N$ . Gọi  $K$  là giao điểm thứ hai của  $AH$  với đường tròn tâm  $O$ .

a) Chứng minh rằng bốn điểm  $B, M, E, N$  cùng thuộc một đường tròn và  $\widehat{MBN} = \widehat{KAC}$ .

b) Kéo dài  $KN$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $T$ . Chứng minh rằng tam giác  $BHK$  cân và ba điểm  $B, O, T$  thẳng hàng.

Ý	Nội dung	Điểm
1 (1,0 điểm)	Diện tích hình thang $ABCD$ là $\frac{(AB + DC) \cdot AD}{2} = \frac{(3 + 7) \cdot 5}{2} = 25m^2$ .	0,25
	Diện tích nửa hình tròn đường kính $AD$ là $\frac{\pi \cdot (2,5)^2}{2} = \frac{25\pi}{8} m^2$ .	0,25
	Diện tích phần đất trồng cỏ là $25 - \frac{25\pi}{8} \approx 15,19m^2$ .	0,5

**Chú ý: Nếu học sinh không làm tròn thì trừ 0,25 điểm bước này.**

<b>2a</b> <b>(1,0 điểm)</b>		
	Ta có $\widehat{BMN} = 90^\circ \Rightarrow M$ thuộc đường tròn đường kính $BN$ .	<b>0,25</b>
	Ta có $\widehat{BEN} = 90^\circ \Rightarrow E$ thuộc đường tròn đường kính $BN$ . Do đó bốn điểm $B, M, E, N$ cùng thuộc đường tròn đường kính $BN$ .	<b>0,25</b>
	Chứng minh được $\widehat{MBN} = \widehat{MEA}$ .	<b>0,25</b>
	Xét $\triangle AEH$ vuông tại $E$ , có $EM$ là đường trung tuyến $\Rightarrow EM = AM \Rightarrow \triangle AME$ cân tại $M \Rightarrow \widehat{MEA} = \widehat{MAE} \Rightarrow \widehat{MBN} = \widehat{KAC}$ .	<b>0,25</b>
<b>2b</b> <b>(1,0 điểm)</b>	Xét $(O)$ có $\widehat{KBC} = \widehat{KAC}$ mà $\widehat{KAC} = \widehat{EBC}$ (cùng phụ với $\widehat{ACB}$ ) $\Rightarrow \widehat{KBC} = \widehat{EBC}$	<b>0,25</b>
	$\Rightarrow BC$ là tia phân giác của góc $\widehat{KBH}$ . Lại có $BC \perp HK \Rightarrow \triangle BHK$ cân tại $B$ .	<b>0,25</b>
	$\Rightarrow \widehat{BKH} = \widehat{BHK}$ . Ta có $\widehat{BHK} = \widehat{MHE} = \widehat{MEH} = \widehat{MNB} \Rightarrow \widehat{BKM} = \widehat{BNM}$ . Do đó tứ giác $BMNK$ nội tiếp.	<b>0,25</b>
	$\Rightarrow \widehat{BMN} + \widehat{BKN} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BKN} = \widehat{BKT} = 90^\circ \Rightarrow K$ thuộc đường tròn đường kính $BT$ . Mà $B, K, T \in (O) \Rightarrow BT$ là đường kính của $(O) \Rightarrow B, O, T$ thẳng hàng.	<b>0,25</b>

**Câu 5. (1,0 điểm)**

a) Giải phương trình  $x^2 + 4x = 2\sqrt{1+3x} + \sqrt{2x-1}$ .

b) Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn  $x + y + z = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x+yz}{y+z} + \frac{y+zx}{z+x} + \frac{z+xy}{x+y}$$

Ý	Nội dung	Điểm
<b>a</b> <b>(0,5 điểm)</b>	ĐKXD: $\begin{cases} 1+3x \geq 0 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$ . Ta có: $x^2 + 4x = 2\sqrt{1+3x} + \sqrt{2x-1} \Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 2(\sqrt{1+3x} - 2) + (\sqrt{2x-1} - 1)$ $\Leftrightarrow (x-1)(x+5) = \frac{2(1+3x-4)}{\sqrt{1+3x}+2} + \frac{2x-1-1}{\sqrt{2x-1}+1}$ $\Leftrightarrow (x-1)(x+5) = \frac{6(x-1)}{\sqrt{1+3x}+2} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{2x-1}+1}$	<b>0,25</b>

	$\Leftrightarrow (x-1)\left(x+5-\frac{6}{\sqrt{1+3x+2}}-\frac{2}{\sqrt{2x-1+1}}\right)=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \text{ (tm)} \\ x+5=\frac{6}{\sqrt{1+3x+2}}+\frac{2}{\sqrt{2x-1+1}} \end{cases}$	
	<p>Xét phương trình <math>x+5=\frac{6}{\sqrt{1+3x+2}}+\frac{2}{\sqrt{2x-1+1}}</math> (*)</p> <p>Do <math>x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{6}{\sqrt{1+3x+2}}+\frac{2}{\sqrt{2x-1+1}} &lt; \frac{6}{2}+\frac{2}{1}=5</math> và <math>x+5 \geq \frac{11}{2} &gt; 5</math></p> <p>nên phương trình (*) vô nghiệm.</p> <p>Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất <math>x=1</math>.</p>	<b>0,25</b>
<b>b</b> <b>(0,5 điểm)</b>	<p>Từ giả thiết <math>x+y+z=1 \Rightarrow x+yz=x(x+y+z)+yz=(x+y)(x+z)</math>.</p> <p>Tương tự <math>y+zx=(y+z)(y+x); z+xy=(z+x)(z+y)</math>.</p> <p>Do đó <math>P=\frac{(x+y)(x+z)}{y+z}+\frac{(y+z)(y+x)}{z+x}+\frac{(z+x)(z+y)}{x+y}</math>.</p>	<b>0,25</b>
	<p>Đặt <math>x+y=a, y+z=b, z+x=c \Rightarrow a,b,c &gt; 0</math> và <math>a+b+c=2</math>.</p> $P=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{ab}{c}+\frac{ac}{b}\right)+\left(\frac{bc}{a}+\frac{ba}{c}\right)+\left(\frac{ca}{b}+\frac{cb}{a}\right)\right]$ $\geq \frac{1}{2}\left(2\sqrt{\frac{ab}{c} \cdot \frac{ac}{b}}+2\sqrt{\frac{bc}{a} \cdot \frac{ba}{c}}+2\sqrt{\frac{ca}{b} \cdot \frac{cb}{a}}\right)=a+b+c=2.$ <p>Dấu "=" xảy ra khi <math>a=b=c=\frac{2}{3}</math>.</p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức <math>P</math> bằng 2 khi <math>x=y=z=\frac{1}{3}</math>.</p>	<b>0,25</b>

**Chú ý:** - Nếu thí sinh làm đúng mà cách giải khác với đáp án và phù hợp với kiến thức của chương trình THCS (theo giới hạn quy định của Sở GDĐT) thì tổ chấm thống nhất cho điểm thành phần đảm bảo tổng điểm như hướng dẫn quy định.

- Tổng điểm toàn bài không làm tròn.

-----HẾT-----